

Lösung: Arbeitsblatt - Integralrechnung

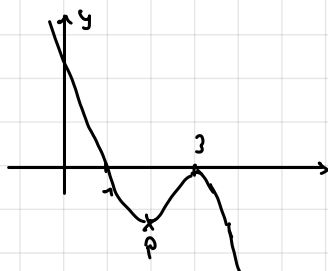
Aufgabe 1: Bestimme den Funktionsterm einer Polynomfunktion 3. Grades mit Null. $x_1 = 1$ und $x_{2/3} = 3$ sowie $P(2|-4)$.

$$a, \quad f(x) = a \cdot (x-1)(x-3)^2$$

$$P \in G_f: a \cdot (2-1) \cdot (2-3)^2 = a \cdot 1 \cdot 1 = -4 \Rightarrow a = -4$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= -4 \cdot (x-1)(x^2 - 6x + 9) \\ &= -4 \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x - x^2 + 6x - 9) \\ &= -4(x^3 - 7x^2 + 15x - 9) = -4x^3 + 28x^2 - 60x + 36 \end{aligned}$$

Skizze:



$$\begin{aligned} b, \quad \int_{-1}^4 f(x) dx &= \left[-x^4 + \frac{28}{3}x^3 - 30x^2 + 36x \right]_{-1}^4 \\ &= \left[-256 + \frac{28}{3} \cdot 64 - 30 \cdot 16 + 144 \right] - \left[-1 - \frac{28}{3} - 30 + 36 \right] \\ &= \frac{16}{3} - \left(-\frac{229}{3} \right) = \frac{245}{3} = \underline{\underline{81 \frac{2}{3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c, \quad H_1 &= \left| \int_1^3 f(x) dx \right| = \left| \left[-x^4 + \frac{28}{3}x^3 - 30x^2 + 36x \right]_1^3 \right| \\ &= \left| \left[-81 + \frac{28}{3} \cdot 27 - 30 \cdot 9 + 36 \cdot 3 \right] - \left[-1 + \frac{28}{3} - 30 + 36 \right] \right| \\ &= \left| 9 - 14 \frac{1}{3} \right| = \underline{\underline{5 \frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

$$d, \quad H_2 = \int_0^1 f(x) dx + \left| \int_1^3 f(x) dx \right| \hat{=} H_1 \text{ aus Teilaufg. c, !}$$

$$= \left[-1 + \frac{28}{3} - 30 + 36 \right] - 0 + 5 \frac{1}{3} = \frac{43}{3} + 5 \frac{1}{3} = \underline{\underline{19 \frac{2}{3}}}$$

$$\begin{aligned} e, \quad H &= \left[-x^4 + \frac{28}{3}x^3 - 30x^2 + 36x \right]_0^4 + H_2 + \left| \left[-x^4 + \frac{28}{3}x^3 - 30x^2 + 36x \right]_3^4 \right| \\ &= 0 - \left[-1 + \frac{28}{3} - 30 + 36 \right] + 19 \frac{2}{3} + \\ &\quad + \left| \left[-256 + \frac{28}{3} \cdot 64 - 30 \cdot 16 + 36 \cdot 4 \right] - \left[-81 + \frac{28}{3} \cdot 27 - 30 \cdot 9 + 36 \cdot 3 \right] \right| = \\ &= 0 + \frac{173}{3} + 19 \frac{2}{3} + \left| \left[\frac{16}{3} - 9 \right] \right| = \underline{\underline{81}} \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Geg. ist $f(x) = \frac{4x}{(x+1)^2}$

a, Bestimme Lage und Art des Extrempunktes von f .

$$f'(x) = \frac{(x+1) \cdot 4 - 4x \cdot 2 \cdot (x+1)}{(x+1)^4} = \frac{4x+4-8x}{(x+1)^3} = \frac{-4x+4}{(x+1)^3} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1$$

Monotonie

$$\begin{array}{ccc} f'(0) > 0 & & f'(2) < 0 \\ & \nearrow & \searrow \\ & 1 & \\ & \text{Max}(1|1) & \end{array}$$

b, z.B. $F(x) = 4 \cdot \ln(x+1) + \frac{4}{x+1}$ ist Stammfunktion von f

$$F'(x) = 4 \cdot \frac{1}{x+1} + \frac{(x+1) \cdot 0 - 4 \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{4 \cdot (x+1) - 4}{(x+1)^2} = \frac{4x}{(x+1)^2} \quad \text{q.e.d.}$$

$$\begin{aligned} c, \int_0^8 f(x) dx &= \left[4 \ln(x+1) + \frac{4}{x+1} \right]_0^8 = \frac{4}{3} - \frac{36}{9} \\ &= \left[4 \ln 9 + \frac{4}{9} \right] - \left[4 \cdot \ln 1 + 4 \right] = 4 \ln 9 - \frac{32}{9} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Fläche zw. G_f und x -Achse in $[0; 8]$!

Aufgabe 3:

$$\begin{aligned} a, \int_3^6 f(x) dx &\approx \frac{1}{2} (1,5 + 2) \cdot 3 \\ &\approx 1,75 \cdot 3 = 5,25 \end{aligned}$$

b, Es gilt $F'(x) = f$, d.h.

die Funktionswerte von f

bestimmen die Steigung von F : $F'(2) = f(2) \approx \frac{1}{2}$

