Übungen I: Ableitung von Polynomfunktionen - Aufgaben

1.) Ermitteln Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

$f(x) = 3x + 4$ | $f(x) = 12 - 2x$

$f(x) = x^4$ | $f(x) = x^{10}$

$f(x) = 3x^5$ | $f(x) = 5x^{12}$

$f(x) = 0{,}5x^4$ | $f(x) = \frac{1}{9}x^6$

$f(x) = x^2 - 3x + 2$ | $f(x) = -4x^2 + 5x - 1$

$f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x$ | $f(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 3$

$f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 7x - 8$ | $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + 4x^3 - 5x^2$

$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{1}{3}$ | $f(x) = \frac{1}{5}x^{10} + \frac{2}{9}x^6 - \frac{5}{2}x^2$

2.) Berechnen Sie die Ableitung von f an der Stelle $x = x_0$ und geben Sie die Gleichung der Tangente an:

$f(x) = 3x^2, \quad x_0 = 1$ | $f(x) = -x^3, \quad x_0 = 2$

$f(x) = 4x - x^2, \quad x_0 = 3$ | $f(x) = x^3 - 9x, \quad x_0 = -2$

$f(x) = 7x^3 + 9x^2 - 8, \quad x_0 = -1$ | $f(x) = \frac{1}{9}x^4, \quad x_0 = 3$

$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 1, \quad x_0 = 2$ | $f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 3x^2, \quad x_0 = 1$

3.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 6$.

a) An welchen Stellen ist
(i) $f(x) = 1$ (ii) $f(x) = -2$ (iii) $f(x) = 0$?

b) Wie groß ist die Steigung an diesen Stellen?

c) An welchen Stellen ist
(i) $f'(x) = 1$ (ii) $f'(x) = -2$ (iii) $f'(x) = 0$?

4.) Wie groß ist der Anstieg der Kurve $y = x^3 - 5x^2 + 6x$ in ihren Schnittpunkten mit der x-Achse?

5,) In welchen Punkten und unter welchem Anstieg schneidet die Kurve
$y = 1{,}5x - \frac{1}{6}x^3$ die x-Achse?

6.) In welchen Punkten besitzt die Kurve eine zur x-Achse parallele Tangente?

Quelle: http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kurs.htm

Ergebnisse: Ableitung von Polynomfunktionen - Lösungen

1.) Ermitteln Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

$f'(x) = 3$ $f'(x) = -2$ $f'(x) = 4x^3$ $f'(x) = 10x^9$

$f'(x) = 15x^4$ $f'(x) = 60x^{11}$ $f'(x) = 2x^3$ $f'(x) = \frac{2}{3}x^5$

$f'(x) = 2x - 3$ $f'(x) = -8x + 5$ $f'(x) = 9x^2 + 8x - 5$

$f'(x) = 4x^3 - 18x^2 + 10x$ $f'(x) = 6x^2 - 24x + 7$

$f'(x) = 2x^3 + 12x^2 - 10x$ $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

$f'(x) = 2x^9 + \frac{4}{3}x^5 - 5x$

2.) Berechnen Sie die Ableitung von f an der Stelle $x = x_0$ und geben Sie die Gleichung der Tangente an:

$y = 6x - 3$ $y = -12x + 16$ $y = -2x + 9$ $y = 3x + 16$

$y = 3x - 3$ $y = 12x - 27$ $y = -1$ $y = -4x + 4$

3.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 6$.

a)+b) (i) (1/1) Steigung: $m = -4$ und (5/1) Steigung: $m = 4$

(ii) (2/-2) Steigung: $m = -2$ und (4/-2) Steigung: $m = 2$

(iii) (1,27/0) Steigung: $m = -3{,}46$ und (4,73/0) Steigung: $m = 3{,}46$

c) (i) (3,5/-2,75) (ii) (2/-2) (iii) (3/-3)

4.) Wie groß ist der Anstieg der Kurve $y = x^3 - 5x^2 + 6x$ in ihren Schnittpunkten mit der x-Achse?

Lösung: (0/0), m = 6; (2/0), m = -2; (3/0), m = 3

5.) In welchen Punkten und unter welchem Anstieg schneidet die Kurve $y = 1{,}5x - \frac{1}{6}x^3$ die x-Achse?

Lösung: (0/0), m = 3/2; (3/0), m = -3; (-3/0), m = -3; ($\sqrt{3}$/$\sqrt{3}$); (-$\sqrt{3}$/-$\sqrt{3}$)

6.) In welchen Punkten besitzt die Kurve eine zur x-Achse parallele Tangente?

Lösung: P_1(0/0) und P_2(3/6,75)

Quelle: http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kurs.htm